

ményt elérni lehetetlenség. A módszer a tanításban olyan, mint a sportban a stílus. Nem elég a tehetség, a tehetséget megfelelő módszerrel kell a tökéletességig kifejleszteni.

És éppen ebben a módszerbeli jártasságban nyilatkozik meg a polgári iskolai tanárképzés előnye, a középiskolai tanárképzéssel szemben. Nekünk pedig ezt a pedagógiai előnyt minden körülmények között továbbra is tartanunk kell. A tanárképzés metodikájában, az egyes tárgyak didaktikai feldolgozásában nekünk kell továbbra is vezetnünk és vezetni is fogunk mindaddig, míg a középiskolák számára is meg nem csinálják az önálló középiskolai, esetleg egységes tanárképzőt. Ennek szükségét ma már minden középiskolai tanár érzi. Ez azonban kizárólag az ő dolguk. Mi csak örülünk, hogy olyan tanárképzőnk és gyakorló iskolánk van, amely teljesen a célnak megfelelően, az életre készíti elő hallgatóit. (Amint ez a múltban volt, úgy a jövőben is kívánatos lenne, hogy a biológus, de más szakos polgári iskolai tanárok számára szünidei tanfolyamok szerveztessenek (1914-ben volt az utolsó), hogy a tanárság ezzel a modern irányzattal jobban megismerkedhessék. Évek óta hirdetem ezt, de sajnos, eddig eredmény nélkül.)

A fentiek után tehát minden polgári iskolai tanár láthatja, hogy a főiskolán a biológia oktatása a többi tárgy mellett tervszerűen, a munkaiskolai tanárképzés szolgálatában áll. A jelölt fokozatosan és tudatosan mélyed bele abba az ismeretkörbe és annak módszerébe, amelyet annak idején neki is tanítania kell az életben. Tanárképzőnknek ez a hivatása és ezt a hivatást a hivatalos személyek szerint is tökéletesen betölti. Főiskolánk a szegedi tudományegyetemmel kooperálva még mindig a fejlődés pályáján halad előre és jelentősen hozzájárul a polgári iskolák és annak tanársága jóhírnevének növeléséhez.

Dr. Greguss Pál.

## **A tanuló tipikus számolási hibái és az elhárítás módja**

### **I. Számolási hibák gyűjtése.**

#### **1. A hibakutatás célja és módszerei.**

Alig van az iskolai oktatásnak olyan részlete, melynek módszere annyi vitát provokált volna, mint a helyesírás és a négy alapszámvetés tanításánál követendő eljárás. Ez két olyan elemi készség, melyek megtanítása mindenütt már az elemi iskola feladatai közé tartozik. Kiváló vezérkönyvek irányítják már az ele-

mi iskola II. osztályának tanítóját is, hogy e sokat vitatott metódikai kérdést minél sikeresebben megoldhassa. A középfokú iskolák tantervi utasításai is nyomatékosan mutatnak rá a helyesírás és számolási készség fontos gyakorlati céljára és irányt mutatnak a két készség sikeres tanítására. Minden tanító és tanár tudatában is van a két készség fontosságának és sok időt és fáradságot fordít azok megtanítására. Gyűléseken és irodalomban sok szót és tentát használtak el, hogy a két készség legjobb tanítási módszere kialakuljon és mindezek dacára milyen kevés az eredmény! A középfokú iskolák IV. osztályaiban még gyakori, de a közép- és szakiskolák érettségi vizsgálatain sem ritka eset, hogy a legszebb fogalmazásba helyesírási — és a legelméletesebben megoldott mennyiségtani dolgozatba számolási hiba csúszik be. Gondoljunk csak IV. osztályos tanulóink iskolai dolgozataira, sokszor megdöbbenve látjuk, mintha egyik-másik tanulónál, néha jobbaknál is, minden ezirányú erőfeszítésünk kárba veszett volna. A tanulók igen jól megértették a tanított anyagot, azt teljesen be is gyakorolták, az iskolai dolgozatok nagy része ebből a szempontból kifogástalan és mégis milyen ritka a tiszta jeles dolgozat. Tárgyi hiba nincsen egyetlen egy sem, de itt is, ott is éktelenkedik egy-egy összeadási vagy szorzási hiba. Ugyanezt tapasztalja a magyar nyelv tanára a magyar iskolai dolgozatoknál, a helyesírási hibát illetően.

Alig van iskola vagy iskolafaj, ahol ne ugyanez volna a tapasztalat. És nem kell hinni, hogy csak nálunk látszik sikertelennek a két készség tanítása. A németeknél, a franciáknál, az angoloknál, Amerikában ugyanezt a jelenséget észlelik és ezen országok irodalmában mindenütt láthatjuk a törekvést, hogy a két készség megtanítását megkönnyítsék és a sikert biztosítsák. De a nehézségek felismerése nem is újabb keletű. Már Diesterweg, Harnisch, Hentschel is úgy nyilatkoznak, hogy nincs még tantárgy, mely a tanítónak annyi fáradságot adna és oly kevés eredménnyel járna, mint a helyesírás, és a számolás tanítása.

A gyakorlat szempontjából a helyesírási és számolási hiba nem esik ugyanazon elbírálás alá. A jó fogalmazás teljes értékű a gyakorlatban akkor is, ha 1—2 helyesírási hiba csúfítja is, az egyébként kifogástalan írásművet. Akárhányszor ügyvédi periratokban is van helyesírási hiba, de ezen a címen a bíróság vagy más hatóság nem utasít el beadványt. A helyesírási hibának fokozatai is vannak, nem minden helyesírási hiba szúr egyformán szemet. Sokszor az írás helyessége vitás is, ami a legműveltebb embernél is lehetővé teszi a hibát. Ellenben a legszebben elkészített elszámolás is értéktelen, ha egyetlenegy számolási hiba van benne. Fokozatot sem lehet megállapítani, ha csak azt a véletlent nem, hogy a hiba a filléreknél vagy az ezerpengősöknél csúszott be az elszámolásba. A számolási hiba vitás sem lehet soha. A gyakorlat szempontjából a helyesírási

hiba elítélendő szépséghiba, a számolási hibának azonban végzetes következményei lehetnek.

Gyakran vagyunk hajlandók a hibát a tanuló butaságának, gondolkodási lustaságának vagy könnyelmű figyelmetlenségének tulajdonítani és úgy véljük, hogy a hiba elhárítására, a gondos és módszeres javításon kívül egy kis büntetés vagy nagyobb büntetési feladat jótékony hatással lehet. Azonban meggondolásra int bennünket az a tény, hogy bizonyos hibák évről-évre megismétlődnek, nemcsak nálunk, hanem ahogy az idevonatkozó bőséges irodalom mutatja más nemzeteknél is. Nemcsak azokra a számolási hibákra gondolok, melyek az önállóság hiányából fakadnak, minek következtében a tanuló nem tud elindulni a probléma megoldására, hogy nem tudja, milyen műveletet kell alkalmazni, nem ismeri a művelet technikáját és a részsorzatot balra írja, mikor jobbra kellett volna írni, hogy az összeadásnál rosszul írja egymás alá az egyenlő helyértékű számjegyeket, stb. Gondolok azokra a hibákra is, amit a tanuló azáltal követ el, hogy bár jól tudja a helyeset, mégis úgy számol:  $7 \times 8 = 54$  és  $6 \times 9 = 56$ , hogy  $4 + 2 = 8$  és  $18 - 9 = 7$ , amikhez hasonló hibát minden számtan tanár sokat gyűjthet. Továbbá, hogy a tanuló tudja a szabályt, mégsem teszi ki a tizedes pontot, tudja a 10, 100, 1000-rel való szorzás és osztás szabályát, mégis balra tolja a tizedes pontot a szorzásnál és jobbra az osztásnál, a mértékek átszámításánál szoroz a váltószámmal, mikor osztani kellene és megfordítva; tudja, hogy  $a - (-b) = a + b$ , de azért szemrebbenés nélkül írja, hogy  $10 - (-4) = 6$  stb. Az ilyen és ehhez hasonló hibák következetesen fejlődnek az osztályban, évről évre ismétlődnek, rendszerint a tanulók nagy számánál fordulnak elő, nincsenek sem iskolához, sem nemzethez kötve és makacsul tapadnak néha olyan tanulóhoz is, aki nem buta, nem lusta, de nem is könnyelmű.

\*

A rendszeresség és következetesség, mellyel a hibák beszéd közben, olvasásnál és írásnál, nyomtatványokban és elszámolásokban megismétlődnek, a psychologust arra a megfontolásra készítette, hogy a hiba is lelki működés eredménye és elhárítása is csak úgy lehetséges, ha a hiba keletkezésének lelki okait ismerjük. A kísérleti psychologia foglalkozik is a hibák különböző megnyilatkozásaival. Nagy számban gyűjti, rendszerezi a hibákat, a levonható törvényszerűségekből iparkodik megállapítani azokat a lelki okokat, melyek hibák elkövetésére vezetnek. A kísérletekből már eddig is kitűnt, hogy a hibák teljesen szabályszerűen keletkeznek és habár ugyanazon föltételek nem minden esetben idézik föl a hibát, de ezen esetlegesség nem változtat a törvényszerűségeken. A hibát tehát nem lehet az illető egyén, nem is mindig a tanítás, hanem kizárólag az emberi gondolkodás téves kilengésének tulajdonítani. A kísérleti psy-

chológia megállapításaiból bizonyos pedagógiai konzekvenciákat vonhatunk le, melyeket a gyakorlati tanításban a hibák elhárítására értékesíthetünk.

A hibafajok első kutatója a német *Meringer*, aki a beszéd és olvasási hibák nagy anyagát gyűjtötte egybe és rendszerezte azokat. A hibákat általában pszichológiai természetűeknek ismerte föl. Az íráshibák pszichológiai analysisét a német *Offner* adta, a kísérleti pszichológusoknak III. kongresszusán. Az erősebb asszociációnak tulajdonítja a hibák keletkezését. Az angol *Bawden* megállapította a hibák elsőleges föltételeit úgy, hogy a kísérleti egyéneket olvasás, írás és beszéd közben megfelelően zavarta és megállapította a fáradtság, sietés, idegesség és a feladat nehézségének szerepét a hibák elkövetésében.

Ujabbán a számolási hibák kutatására is a kísérleti pszichológia már bevált módszereit alkalmazza. Az első kísérleteket *Kräpelin* német psychiaternél találjuk, aki a kísérleti személyekkel hosszú sor egyjegyű számokat adatott össze és 5 percenként rögzítette az elvégzett feladatok számát. Az egymásután következő 5 percben kifejtett számolási gyorsaságból és az eközben ejtett hibák számából következtetett a kísérletnek alávetett személy teljesítő képességére, a fáradtság fokára és a jelenségek összefüggésére. Magyarányú kísérleteket végeztek Amerikában *Stone* és *Courtis*. Az első 26 amerikai iskola 3000 tanulójaival, az utóbbi 10.000 tanulóval dolgoztatta ki ugyanazokat a számteszteket, amelyekből a számolási teljesítmény és a számolási műveletek nehézségére gyűjtöttek számbeli adatokat. Az így összeállított nagy statisztikai anyag jó szolgálatot tett a további megfigyeléseknek is.

A *Courtis*-féle teszteket dolgoztatta ki Berlinben, *Lippmann* vezetése alatt a berlini tanítóegyesület szakosztálya, az »Arbeitsgemeinschaft für exakte Pedagogik«, a berlini elemi iskola III.-VIII. osztályainak többszáz tanulójaival. A számolási időt, az eközben elkövetett számolási hibák számát véve tekintetbe, megvizsgálták: 1. a tanulók teljesítő képességét, hogy a tanterv követelménye megfelel-e a kísérletek eredményének? 2. Hogy az előforduló hibák milyen természetűek, milyen lélektani okokra vezethetők vissza és relatív milyen a gyakoriságuk? Összesen 8 féle tesztet dolgoztattak ki, a következő célkitűzésekkel: kuttatták a számjegyírás gyorsaságát és megbízhatóságát; a négy alpműveletnél előforduló hibák minőségét és gyakoriságát; a nagy számokkal való alpműveleteknél előforduló hibákat; mennyire képesek a tanulók megállapítani, hogy milyen műveletet kell alkalmazni és hogy összetettebb alkalmazott feladatokat mennyire képesek önállóan megoldani. Minden tesztnél megállapították, hogy az időegységben hány példát tudnak megoldani, tehát a számolás gyorsaságát.

Ezeknek a kísérleteknek azonban nagy hibájuk, hogy a kü-

lőnféle iskolákból összegyűjtött és nagy tömeggé olvadt kísérleti eredmények nem nyújtanak egységes képet. Mert egy-egy osztály számolási készsége és biztossága nagy mértékben függ a módszertől, melyet az illető osztály tanítója alkalmaz. Ugy a számolási gyorsaság, valamint a hibák száma ennek következtében olyan különbségeket eredményezhetnek az egyes osztályokban, hogy erősen befolyásolhatja egyik vagy másik irányban a kísérlet eredményének az átlagát.

Ezeket a hibákat akarták kiküszöbölni azzal, hogy a tanulókkal egyenkint végezték a kísérleteket. Igen értékes ilyen anyagot gyűjtött a nürtingeni tanítóképző, a gyakorló iskola II.—VII. osztályában és a tanítóképző II. és V. évfolyamában. Tehát 8—13, 16 és 19 éves tanulókkal. Minden osztályból kiválasztottak 3 tehetséges, 4 közepes és 3 gyengébb tehetségű tanulót ezekkel végezték a kísérleteket úgy, hogy a négy alapművelet mindegyikéből 100—100 egyszerű feladatot adtak nekik úgy szóbeli, mint írásbeli megfigyelésre. A feladatok a következők voltak:

$$\begin{array}{l} 11 + 4, 6 + 7, 64 + 5, 78 + 3, \text{ stb.} \\ 49 - 1, 67 - 7, 3 - 0, 85 - 8, \text{ „} \\ 10 \times 4, 6 \times 7, 4 \times 5, 8 \times 3, \text{ „} \\ 63 : 9, 50 : 10, 14 : 2, 4 : 1, \text{ „} \end{array}$$

A szóbeli megoldáshoz egyenkint jöttek a tanulók a kísérlet vezetőhöz, aki a feladatokat gyors egymásutánban adta föl nekik, amire lehetőleg gyorsan felelniök kellett. Ha valamelyik megakadt vagy hibás feleletet adott, akkor ennek okára felvilágosítást kértek a tanulótól. Hogy a tanuló a feleleteknél izgatott ne legyen, megnyugtatták őt, hogy nem vizsgáról van szó. A hibákra kapott felvilágosítás gyakran értékes adatot szolgáltatott a hiba természetére. A tanulók érdekesebb felvilágosításából egy pár a következő:

$$\begin{array}{l} 47 + 9 = 66 \text{ (Helyesen gondoltam, de a sietségben elszóltam magam)} \\ 79 + 4 = 53 \text{ (} 49 + 4 \text{-et gondoltam, a } 7 \text{-est a } 4 \text{-essel gyakran téveszttem össze)} \\ 63 + 4 = 69 \text{ (Az előbbi feladat } 10 + 9 = 19 \text{ sok } 9 \text{-ese zavart meg)} \\ 77 + 5 \text{ (A tanuló akadozik. A } 7 \text{-esek összezavarnak)} \\ 6 \times 0 = 6 \text{ (A } 0 \text{ nem számít, marad tehát a } 6) \\ 36 + 5 = 49 \text{ (A } 3 \text{-at meg a } 6 \text{-ot adtam össze)} \\ 85 - 6 = 81 \text{ (A } 6 \text{-ból levontam az } 5 \text{-öt)} \\ 20 - 4 = 18 \text{ (Az előbbi feladatban előforduló sok } 2 \text{-es zavart meg)} \\ 9 + 6 = 15, 15 + 8 = 21 \text{ (Még az előbbi } 6 \text{-osra gondaltam)} \\ 51 - 9 = 40 \text{ (Elvettem } 10 \text{-et, azután még egyet)} \\ 7 : 7 = 0 \text{ (Valami késztet, hogy } 0 \text{-t mondjak)} \end{array}$$

Az írásbeli feladatot 5-ös csoportokban végeztették, ezek-

nél a számolási időt mp-nyi pontossággal rögzítették. A munka előtt a tanulót megnyugtatták, hogy csak azt akarják látni, milyen gyorsan tudnak számolni, így tehát, ha hibát vesznek észre, azt ne javítsák ki.

Nálunk *Ranschburg Pál* foglalkozik, külföldön is méltányolt eredménnyel a különféle hibafajok pszichológiai jelentőségével. Foglalkozott a beszéd-, írás- és sajtóhibák jelenségeivel és a számolási hibák pszichológiájával is. 153 elemi iskolai tanulót vizsgált meg, akiknek a 10-es számkörben, egyenkint 20 összeadási, 20 kivonási, 15 szorzási és 10 osztási feladatot adott. Rögzítette a számolási időket, megállapította a hibák számát és minőségét, amiből a különféle korú tanulók teljesítő képességére és a műveletek relatív nehézségeire következtetett. Kimutatta a homogén gátlás vezetészerepét a hibák keletkezésénél.

Ranschburg nyomán *Schmidt Ferenc* a beszédhibákkal foglalkozott és kimutatta a Ranschburg-féle gátlás szerepét a beszédhibákban.

*H. Schiller Pál* a sajtóhibák keletkezésének pszichológiai felknyomozásával foglalkozik. A sajtóhibák nagy anyagát gyűjtötte egybe, azokat elemezte, csoportokba szedte és megállapította azokat a feltételeket, melyek a nyomdai munka teljesítményének legmagasabb fokát biztosíthatják.

A berlini kísérleteket *G. Korn* ismerteti a »Zeitschrift für angewandte Psychologie« 1926. évfolyamában. A nürtingeni kísérleteket *J. Seemann* ismerteti az »Archiv für die gesamte Psychologie« 1929. évfolyamában. Ranschburg kísérletei a »Zeitschrift für Kinderforschung« 10. kötetében találhatók. Ezek nyomán ismertetem a gyűjtött hiba-anyagot.

## 2. A számjegyek másolása.

A berlini kísérleteknél az egyik teszt annak megállapítására szolgált, hogy mennyi idő alatt és hány hibával másolnak le a tanulók eléjük tett számjegyeket. Összesen 364 tanuló vett részt a kísérletben, akik egy lapra nyomtatott 25 ötjegyű számot kaptak lemásolásra. Az első percben lemásolt számjegyek számát rögzítették. A legrosszabb eredmény 20, a legjobb 110 számjegy volt az első percben. Az átlagos eredmény a következő volt:

Egy-egy számjegy lemásolásához kellett:

Az V. osztálynak	1'17 mp.
A VI.            "	1'12   "
A VII.           "	0'9    "
A VIII.          "	0'85   "

Ezek az adatok azért kellenek, hogy a műveletek végzéséhez elhasznált időből, a számjegyek írására szükséges időt levonva,

magát a számolási teljesítményt megállapíthassuk. Az írási és számolási idő közötti különbség adja a gondolkodási processzusra szükséges időt, amiből következtetni lehet a mechanizáltság fokára. Minél nagyobb ez a differencia, annál több idő kellett a számolási művelethez szükséges gondolkodáshoz, annál kevésbé mechanizált a művelet. Minél inkább közeledik ez a különbség a 0-hoz, annál közelebb van a számolási művelet a mechanizált asszociációs processzushoz.

A tanulók mindössze 237 számjegyet másoltak hibásan, ami az összes leírt számjegyeknek csak  $1/2\%$ -a. A tanulók 83%-a hiba nélkül másolta le az egész lapot.

A nürtingeni kísérletek más eredményhez vezettek. Egy számjegy leírásához szükséges idő átlag:

	V. osztály	1'76 mp.
	VI. „	1'63 „
	VII. „	1'58 „
tanítóképző II.	„	1'17 „
„	V. „	1'05 „

### 3. A négy alpművelet egyjegyű számokkal.

A berlini kísérleteknél a négy alpműveletet egyjegyű számokkal vizsgálták. Csak 2-től 9-ig szerepelnek a számok és pedig a 8 szám mindegyike a 8 szám mindegyikével, így tehát 64 feladatot adtak, mindegyik műveletnél a következő alakban:

$$\begin{aligned}
 &6 + 6 =, \quad 9 + 5 =, \quad 4 + 2 =, \quad 7 + 7 =, \quad \text{stb.} \\
 &7 - 3 =, \quad 11 - 6 =, \quad 12 - 3 =, \quad 9 - 7 =, \quad „ \\
 &3 \times 3 =, \quad 9 \times 6 =, \quad 7 \times 4 =, \quad 5 \times 2 =, \quad „ \\
 &9 : 3 = \quad 32 : 4 =, \quad 36 : 6 =, \quad 28 : 7 =, \quad „
 \end{aligned}$$

A teszteket átlag 800 tanuló dolgozta ki. A példákat nyomtatott lapokon kapták, a tanulóknak csak az eredményeket kellett az egyenlőségi jel után a feladat mellé írni. Itt is rögzítették az első perc alatt kidolgozott példák számát. Ebből megállapítható az egy feladathoz szükséges másodpercek száma:

	V.	VI.	VII.	VIII. osztály
Összeadás	2'61	2'2	2'02	1'77 mp.
Kivonás	2'9	2'83	2'45	2'5 „
Szorzás	3'54	2'7	2'44	2'1 „
Osztás	3'24	2'67	2'	1'88 „
Írási idő	1'17	1'12	0'9	0'85 „

Az írási időt kivonva a számolási időből, megkapjuk a művelethez szükséges gondolkodási időt és a mechanizálódás fokát.

	V.	VI.	VII.	VIII. osztály
Összeadás	1'44	1'08	1'12	0'92 mp.
Kivonás	1'73	1'71	1'55	1'65 "
Szorzás	2'07	1'58	1'54	1'25 "
Osztás	2'07	1'55	1'1	1'03 "

Általában legtöbb gondolkodási idő kell a kivonáshoz, ez a művelet válik legkevésbé gépiessé, ez okoz a tanulónak legtöbb nehézséget. Kivéve az V. osztályt, ahol a szorzás és osztás még nem mechanizálódott. A korral azonban ezek mechanizálódása is halad. Általában az összeadás mechanizálódik leginkább.

A nürtingeni kísérletek eredménye szerint az egyes műveletekhez szükséges gondolkodási idő (számolási időből levonva írási idő) másodpercekben a következő: (a tanítóképző két osztályát IX és X-zel jelölöm)

	V.	VI.	VII.	IX.	X. osztály
Összeadás	2'31	1'49	1'32	0'74	0'45 mp.
Kivonás	2'45	1'85	1'53	1'30	0'56 "
Szorzás	0'93	0'53	0'41	0'13	0'04 "
Osztás	1'60	0'74	0'64	0'15	0'04 "

Az egyes feladatok megoldásához szükséges számolási időt precízen megállapítani nagyon nehéz. Szinte lehetetlen megállapítani, mikor kezdődik és mikor fejeződik be a számolási idő. Különösen, ha a számolás tömegben történik, akkor kifogástalanul ezt az időt megállapítani lehetetlen. Ezért az eltérés az egyes kísérleteknél. Azonban itt is megállapítható, hogy a korral a mechanizálódás halad. A tanítóképző V. évfolyamán a szorzás és osztás már annyira mechanizálódott, hogy a gondolkodási processzus az írással párhuzamosan megy végbe. Az is megállapítható, hogy a kivonás a legtöbb gondolkodási időt igényli, a legkevésbé mechanizálódik. Az is látható a táblázatból, hogy az invers műveletek kevésbé mechanizálódnak, mint a direkt műveletek.

A berlini kísérletnél a *hibásan megoldott példák száma* százalékban kifejezve a következő:

	Összeadás	Kivonás	Szorzás	Osztás
V. osztály	0'9	1'4	1'2	2'2
VI. "	1'1	1'3	1'0	1'9
VII. "	1'3	1'5	1'4	1'9
VIII. "	0'9	1'3	1'0	1'7

Mindenekelőtt kitűnik, hogy még a VIII. osztályban is előfordulnak hibák ezeknél az egyszerű elemi feladatoknál. Az egyes műveletekre a hibás feladatok így oszlanak meg: össze-



adás 1:1 %, kivonás 1:4 %, szorzás 1:2 % és osztás 1:9 %. Ha ebből a művelet nehézségére következtetünk, akkor a legkönnyebb művelet az összeadás, azután következik a szorzás, kivonás és osztás. Vagyis a direkt műveletek, amelyek, amint előbb láttuk, könnyebben mechanizálódnak, könnyebbek, mint az invers műveletek, amelyek nehezebben mechanizálódnak.

Az egyes műveleteknél előforduló hibák a következő csoportba foglalhatók:

1. *Összeadás.* A legtöbb hiba úgy keletkezik, hogy a tanuló összeadás helyett szoroz. A berlini adatok szerint előfordult  $3+3=9$  (60-szor),  $2+3=6$  (42-szer),  $2+5=10$  (34-szer),  $4+2=8$  (31-szer). Gyakran fordul elő a  $6+0=0$  és az  $1+1=1$ . A tapasztalat azt mutatja, hogy ezek az elég gyakran előforduló hibák csak a 10-es számkörben történnek. A 10–20 körben a kísérletezés alatt mindössze 3 eset fordult elő, 20-on felül pedig csak 1.

Gyakran fordul elő, hogy az összeg 1-gyel vagy 10-zel több vagy kevesebb a helyesnél.  $13+5=17$ ,  $44+7=61$ .

Az összeg kettővel több a helyesnél, főleg akkor fordul elő, ha a második összeadandó 9, pl.  $6+9=17$ ,  $44+9=55$ .

A második összeadandó szerepel az összeg egyeseként.  $7+9=19$ ,  $57+8=68$ .

Az előbbi példa hatással van az utána következő példa hibás eredményére.  $63+4=67$  után  $31+3=37$ ,  $9+10=19$  után  $63+4=69$ . Az előbbi példa 7-e, illetőleg 9-e szerepel a következő példa összegében.

A kétjegyű összeadandó egyese szerepel az összeg egyeseként:  $47+9=57$ ,  $29+8=39$ .

A kísérletekből általában megállapítható:

a) Mennél nagyobb a második összeadandó, annál nagyobb a hibalehetőség.

b) Páratlan számokat összeadni nehezebb, mint párosakat. Ha két páros számú összeadandó hibaszámát 1-nek vesszük, akkor a hibalehetőség arányszámai ezek:

páros + páros 1  
 páratlan + páros 1:9  
 páros + páratlan 1:7  
 páratlan + páratlan 1:6

c) A legtöbb hiba akkor fordul elő, ha az összeadandó 7, azután a 8, kevesebb, ha az összeadandó 9. A berlini kísérleteknél egy-egy feladatra átlag 4:5 hiba esett, ellenben  $7+5$ -nél 21 hiba,  $5+7$ -nél 19 hiba,  $8+7$ -nél 17 hibás felelet volt. A nürtingeni kísérleteknél egy-egy feladatra átlag 7 hiba esett, ellenben  $89+9$ -nél 27 hiba,  $67+7$ -nél 24 hiba,  $58+7$ -nél 22 hiba,  $77+5$ -nél 21 hiba,  $6+7$ -nél 15 hiba. Ranschburg Pál kísérletei is egyeznek ezzel, szerinte is a három legtöbbször hibás eredményre vezető feladat a  $4+9$ ,  $4+7$ ,  $7+9$ .

2. *Kivonás.* Több a hiba, mint az összeadásnál, különösen ott nagy a hibaszám, ahol 10-es átlépéssel kell kivonni. Berlinben a 64 feladat közül 0·6 % volt a hiba, ahol nincs 10-es átlépés és 2·4 % ott, ahol 10-es átlépéssel kell kivonni. Az előforduló hibák a következőképpen csoportosíthatók:

A műveletet felcserélik, leginkább összeadással  $20 - 4 = 24$ , de osztás is előfordul  $9 - 3 = 3$ ,  $4 - 4 = 1$ .

Felcserélik az egyeseket  $85 - 6 = 81$  (6-ból vonja ki az 5-öt),  $82 - 6 = 74$ .

A maradék 1-gyel tér el a helyes maradéktól a hibák 41 %-ában.

A maradék 2-vel tér el a helyestől, ez főképpen akkor fordul elő, ha a kivonandó 9, pl.  $47 - 9 = 36$ .

Többször fordul elő  $85 - 8 = 73$ , a tanuló  $8 + 5 = 13$ -ra gondolt.  $23 - 9 = 12$ , a tanuló  $9 + 3 = 12$ -re gondolt.

A kivonandót veszi maradéknak  $17 - 8 = 8$ .

Általában: a) A legtöbb hibát adja az olyan feladat, ahol a kivonandó 9, azután a 7, 6, 5, aránylag kevés hibát ad a 8, mint kivonandó.

b) Legnehezebb a feladat, ha páratlan számból kell páratlant kivonni, legkönnyebb, ha páros számból párost vonunk ki. A berlini kísérleteknél egy-egy kivonási példára esik átlag 11·5 hiba. Ellenben  $13 - 9$  (47 hiba),  $16 - 9$  (41 hiba),  $13 - 7$  (36 hiba),  $11 - 7$  (34 hiba),  $15 - 9$  (31 hiba). A nürtingeni kísérleteknél az átlagos hibaszám 7·7 egy feladatra, ellenben  $a - 0 = 0$  előfordul 42-szer,  $25 - 9 = 14$  (13-szor),  $56 - 9 = 45$  (13-szor). Ranschburg szerint a három legrosszabb eredményt szolgáltató feladat:  $16 - 9$ ,  $12 - 9$ ,  $17 - 8$ .

3. *Szorzás.* Az előforduló hibák 7 %-a a művelet fölcseréléséből származik. Leggyakrabban fordulnak elő  $5 \times 5 = 10$ ,  $3 \times 3 = 6$ ,  $5 \times 1 = 6$ .

A hibák 29 %-a olyan, hogy a helyes tízeshez fűzi az egyjegyű szorzót egyesnek.  $3 \times 9 = 29$ ,  $9 \times 6 = 56$ ,  $2 \times 8 = 18$ .

A hibák 30 %-ánál a szorzat a szorzó egyszeresével több vagy kevesebb,  $7 \times 3 = 24$ ,  $7 \times 9 = 54$ .

Igen gyakori az  $a \times 0 = a$ .

Az előző feladat befolyásolja az utána következőben a hibás feleletet.  $4 \times 6 = 24$  után  $8 \times 7 = 28$ , a tanuló  $4 \times 7$ -re gondolt.  $8 \times 5 = 40$  után  $9 \times 2 = 16$ , a tanuló  $8 \times 2$ -re gondolt.

A többféleképen tényezőkre bontható számok alkalmat adnak hibára.  $24 = 6 \times 4 = 3 \times 8$  ennél fogva gyakori a hiba:  $8 \times 4 = 24$  és  $6 \times 3 = 24$ .

Általában ismeretes, hogy a tanuló szívesen fölcseréli a tényezőket. Ha  $8 \times 7$ -et kérdezzük,  $7 \times 8$ -ra felel. Érdekes megvizsgálni, milyen a hatása a tényezők fölcserélésének:

$3 \times 9$ -nél a hibák száma 26,  $9 \times 3$ -nál csak 9,  
 $6 \times 3$ -nál „ „ „ 27,  $3 \times 6$ -nál „ 11,

$$\begin{array}{rclcl} 8 \times 9\text{-nél} & " & " & " & 28, 9 \times 8\text{-nál} & " & 14, \\ 8 \times 7\text{-nél} & " & " & " & 36, 7 \times 8\text{-nál} & " & 31, \end{array}$$

A kísérletek azt mutatták, hogy a hibák száma a szorzandótól is, a szorzótól is függ. Legtöbb a hiba, ha a szorzandó 7 vagy 9. A sorrend a következő: 2, 5, 3, 4, 6, 8, 9 és 7. A szorzóra vonatkozólag legtöbb a hiba, ha az 8. Itt a sorrend a következő: 2, 5, 3, 4, 9, 6, 7, 8.

A legnehezebb szorzatok a berlini kísérletek alapján:  $8 \times 8$ ,  $9 \times 4$ ,  $8 \times 7$ ,  $4 \times 9$ ,  $7 \times 8$ ,  $7 \times 7$ . A nürtingeni kísérletek alapján:  $8 \times 7$ ,  $8 \times 4$ ,  $8 \times 9$ ,  $9 \times 6$ ,  $9 \times 7$ ,  $7 \times 7$  és  $7 \times 8$ .

4. *Osztás.* A hibák száma lényegesen nagyobb, mint a többi műveletnél. Gyakori hiba, hogy az osztót írják hányadosnak:  $63:9=9$ . Az is gyakori, hogy az osztandó egyesét írják hányadosnak:  $18:2=8$ ,  $56:8=6$ , Előfordul más műveletekkel való fölcserélés is:  $9:3=6$ ,  $2:1=1$ ,  $a:a=0$ . Gyakori az osztó egyszerűsével való tévedés:  $63:9=6$ . Néha az előtte megoldott feladat befolyásolja az utána következő feladat hibás megoldását:  $9:3=3$  után  $3:6=2$ ,  $25:5=5$  után  $36:4=6$ .

A hibák száma függ az osztótól a következőképen:

Ha az osztó:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
826 hibából esik:	85	68	99	100	94	117	89	73	101

Eszerint a legnehezebb osztó a 6-os, azután sorrendben: 9, 4, 3, 5, 7, 1, 8, 2.

A legnehezebb osztási feladatok:  $18:2$ ,  $63:9$ ,  $54:9$ ,  $24:3$ ,  $42:6$ .

Érdekes megfigyelések:

$18:2$ (72 hiba)	$18:6$ (56 hiba)	$18:9$ (19 hiba)
$24:3$ (60 hiba)	$24:6$ (55 hiba)	$24:8$ (38 hiba)
$27:3$ (42 hiba)	$27:9$ (18 hiba)	

Ugyanazon osztandó mellett, minél nagyobb az osztó, annál kisebb a hibák száma.

#### 4. Műveletek többjegyű számokkal.

Eddig a műveleteket egyjegyűekkel vizsgáltuk. Egyik berlini teszt a négy alpműveletet nagy számokkal vizsgálta. Megállapították, hogy a feladatok közül mennyit tudnak a tanulók kidolgozni 12 perc alatt, azután tovább dolgoztattak és megállapították a hibák számát és minőségét. A feladatok a következők:

1. Összeadás:  $30 + 735 + 123 =$
2. " :  $141 + 9021 + 102 + 2020 =$
3. Kivonás :  $4387 - 165 =$
4. " :  $934762 - 821021 =$

5. Szorzás :  $2102 \times 312 =$
6. Osztás :  $318864 : 321 =$
7. Összeadás :  $7024 + 342 + 4700 + 7005 + 2040 + 563 =$
8. Kivonás :  $82,311.024 - 46,973.687 =$
9. Szorzás :  $65048 \times 546 =$
10. Osztás :  $19,055.832 : 4 =$
11. „ :  $2,753.296 : 364 =$
12. Összeadás :  $55843 + 76868 + 66989 + 58393 + 79656 +$   
 $+ 57866 + 38575 + 75967 =$
13. Kivonás :  $15,542.634 - 7,865.875 =$
14. Szorzás :  $98765 \times 768 =$
15. Osztás :  $34,834.506 : 7 =$
16. „ :  $7,636.399 : 967 =$

A feladatokat nyomtatásban kapták a tanulók. A lapon alul volt hely a számolásra. 12 perc alatt a legnagyobb teljesítmény az első 13 feladat elkészítése volt. Az átlagos sebességek voltak:

V. osztály átlag	7'7	példa	12	perc	alatt,
VI. „ „	9'2	„	„	„	„
VII. „ „	10'1	„	„	„	„
VIII. „ „	12'2	„	„	„	„

A VII. osztályban a tanulók 20 %-a, a VIII. osztályban 33 %-a haladta túl az osztály átlagát, ami igen szép eredmény.

A 16 feladat három, fokozatosan nehezedő, csoportból áll. Az első csoport az 1—6 feladatok, a második csoport a 7—11 és a harmadik csoport a 12—16 feladatok. Ennek megfelelően emelkednek a hibák is. Az V. osztályban több tanuló csak egyetlen egy feladatot oldott meg hiba nélkül, de még a VIII.-ban is vannak tanulók, akik 9 hibás eredményt adtak be. Összesen 164 V—VIII. osztályos tanuló dolgozott 16—16 példát, ez összesen 2624 műveleti eredmény. Ebből 1552 (59 %) volt helyes, 1015 (39 %) hibás eredmény és 57 (2 %) meg nem oldott feladat. A hibák száma tehát igen nagy, csak alig valamivel több a felénél a helyes megoldás.

a) *Összeadás.* Az összeadásra négy példa szerepel. Ezek közül az elsőnél 5 egyjegyű számot 10-es átlépés nélkül kell összeadni és mégis csak a VIII. osztály oldotta meg ezt a feladatot hiba nélkül. Összesen 22 hibás eredmény, melyből 9 a számjegyek helytelen egymás alá írásából keletkezett és így az 5 egyjegyű összeadásra 13 hiba esik, egyre tehát 2·6 hiba.

A második példánál 10 egyjegyű összeadás szerepel és az ezreseknel 10-es átlépés is van. A nehézség emelkedése meg is látszik a hibák számán. A hibák száma 32, egyre tehát 3·2 hiba esik.

A harmadik példánál 21 egyjegyű összeadás szerepel 37

hibával, egyre esik 1-8 hiba. Kevesebb az előbbinél, ami valószínűleg azért van, mert a példában 7 zéró fordul elő, ami azoknak a tanulóknak, akik a 0-kon egyszerűen átsiklanak, megkönnyíti a feladatot.

A negyedik példánál 40 egyjegyű művelet szerepel, az összeadandók hosszú sora teszi nehezzé a feladatot. Mindössze 38 (23 %) helyes eredményt kaptak. Érdekes az egyes osztályok eredménye. A hibás eredmények száma az osztályok sorrendjében: 19 %, 17 %, 35 %, 25 %. A legjobb eredmény tehát nem a VIII. osztályban, hanem a VI.-ban van, sőt még az V. osztály is jobb eredményt mutat, mint a VIII. osztály. Ami világosan mutatja, hogy itt psychikus jelenséggel állunk szemben. A 40 egyjegyű összeadásra esik 118 hiba, egyre tehát 2-9 hiba. Ez a megállapítás természetesen nem lehet pontos, mert itt egész sorok hibái szerepelnek, ahol egy hiba több hibából keletkezhetett. A hibák egy része itt is a számok helytelen egymás alá írásából származott. A hibák minőségét megállapítani nem lehetett, sok hiba a maradékok elhagyása által keletkeztetett.

A 4 összeadási feladatban 75 egyjegyű összeadás fordul elő és így a 164 tanuló összesen 12.300 műveletet végzett, erre esik 200 hiba. A hibaszám 1-6 %, ami nem nagyon tér el az egyjegyű összeadásnál megállapított hibaszámtól.

b) *Kivonás.* A kivonásra is négy példa szerepel, amelyek szintén fokozatosan nehezednek. Az első kettő olyan, hogy a kivonandó számjegye mindig kisebb, mint a fölötte álló számjegy, tehát nincs kivonás 10-es átlépéssel. A hibaszámok is így csoportosulnak. A példák sorrendjében 23, 33, 69, 76 a hibák száma. A 13-ik példa nehézségét okozzák: a sok számjegy, a többszöri 10-es átlépés és a kivonandónak több 7 és 6-os számjegye, amelyek nehéz kivonandók.

A négy kivonási példában 26 egyjegyű kivonás fordul elő, 164 tanuló tehát 4264 egyjegyű műveletet végzett. Az összes hibák száma 181, ez 4-1 %, ami a kivonás nagyobb nehézségére mutat. A hibák egy részét itt is a számjegyeknek helytelen egymás alá írása okozta, többen az egymás mellett álló számokat vonták ki egymásból, ami fokozta a hibák számát. Emelik még a nehézséget a maradékok, ami az egyjegyűek kivonásánál nem volt. Mindez magyarázza, hogy a százalékszám itt jóval magasabb, mint az egyjegyű kivonásnál volt.

Jellemző, hogy ilyen kivonás is előfordult:

$$\begin{array}{r}
 4387 - 165 \\
 \hline
 \phantom{43}0032 \\
 \phantom{43}0021 \\
 \phantom{43}3276 \\
 \hline
 327842
 \end{array}$$

a 42-öt a tanuló áthúzta valószínűleg mert sokalta a maradékot. A tanuló először az 5 egyest vonta le minden számjegyből, aztán a 6-ost és az 1-est. Ahol nem tudta levonni, ott 0-t írt. Az egymás alá írásnál az tanuló a szorzásra gondolt, ha egyáltalában gondolkodott. Mert ez a példa ijesztően világít rá, hogy egyes tanulók, az önállóság teljes hiányával, gondolkodás nélkül fognak hozzá a műveletek végzéséhez.

c) *Szorzás.* Három fokozatosan nehezedő példa. Az első példa nagyon könnyű, kis számokkal, az egyjegyű szorzások mindegyike a 10-es számkörben van. És mégis 35 hibás eredményt adott. 12 egyjegyű szorzás fordul elő a feladatban, a 164 tanulónál 1 %-os hibát jelent.

A második szorzási feladat lényegesen nehezebb, mert minden szorzat 10-en fölül van, tehát tovább adandó maradékok vannak, ami a tanuló emlékező tehetségét erősen próbára teszi. Hiszen a hangosan számoló tanulót gyakran figyelmeztetni kell, hogy a maradékot az új szorzathoz adja. Ez a nehézség itt mutatkozik, hogy a hibák száma már 92, mivel pedig 15 egyjegyű szorzás fordul elő a példában, 164 tanulóra számítva 2·7% hibaszámot ad az előbbi 1 %-kal szemben. Ezt a példát már a tanulók fele sem oldotta meg hiba nélkül.

A harmadik példa még nehezebb. Az előbbieken kívül a nehézséget okozzák a nehéz számok. A kidolgozott példák 20 %-ának helyes az eredménye, ami igen lesújtó eredmény. A VIII. osztály 2/3 része elhibázta a példát és csak 32 % oldotta meg helyesen. A hibaszám a 164 tanulót figyelembe véve 4 %, az első szorzás 1, és a második szorzás 2·7 %-ával szemben.

d) *Osztás.* Az 5 osztási feladat nincs fokozatosan rendezve, amit az előfordult hibaszámok is mutatnak. A feladatok sorrendjében a hibás feladatok száma: 32 %, 25 %, 62 %, 43 %, 72 %. A legkönnyebb a 10-ik és 15-ik példa, ahol egyjegyűek az osztók. Könnyű a 6-ik példa is, mert az osztó kis számokból áll. Ellenben igen nagy hibaszámot adtak a 11-ik és 16-ik példák, ahol a háromjegyű osztó 6, 7, 9-esekből áll. Az osztásnál tulajdonképpen három műveletet végez a tanuló: osztást, szorzást, kivonást, ami a hibalehetőséget emeli, különösen akkor, ha a kivonást a szorzatok leírása nélkül végzi a tanuló.

A 6-ik példánál a helyes hányados 1022. Igen tipikus hiba, hogy sok tanuló nem írta le a 0-t és így 122-öt írt eredményül. Tipikus hiba továbbá az is, hogy a tanulók nagy része az osztandó egy-egy számjegyét elhagyta, nem írta le a maradékhoz, vagy egy számjegyet kétszer is leírt. Tipikus hiba továbbá, hogy a tanuló kis hányadost választott, ennek következtében a maradék nagyobb az osztónál, de ezt nem veszi észre, hanem ezzel a nagy maradékkal számol tovább.

Általában a 16 példából átlag helyesen oldottak meg:

az V. osztályban	83 példát,
a VI. „	86 „
a VII. „	10 „
a VIII. „	128 „

Bár a haladás 83 példáról 128 példára igen jelentékeny és a VI. osztálytól kezdve az egyes osztályok közötti haladás is jelentékeny, az eredmény mégis igen gyenge és élesen rávilágít a sok hibalehetőségre, aminek az ilyen műveleteknél gyermek és felnőtt egyaránt ki van téve. Az eredményt túlzottan ne kicsinyeljük. Gondoljunk csak saját tanítványainkra, gondoljunk ebből a szempontból az iskolai dolgozatokra, vagy képzeljük el, hogy saját tanítványainknak adjuk, teljesen önálló megoldásra a teszt 16 példáját, aligha hiszem, hogy lényegesen jobb eredményt tudjunk elérni, főleg akkor nem, ha gyors számolásra buzdítjuk a tanulókat. A kísérletből nyert megfigyelések sok tanulságot nyújtanak a gyakorlati pedagógusnak.

### 5. A művelet meghatározása.

A tanulók eddig készen kijelölve kapták a műveleteket és tisztán számolási készségük volt a vizsgálat tárgya. A következő teszt célja megállapítani, felismerik-e a tanulók — teljesen magukra hagyva — hogy a beruházott feladatok megoldásához milyen műveletet kell alkalmazniok. A tanulók 16 feladatot kaptak kinyomatva, dolguk csak az volt, hogy műveleti jellel felüntessék, hogy a feladat megoldásához milyen műveletet alkalmaznának. A példák a következők:

1) Egy leány 37 színes levelezőlapot hozott az iskolába, ebből barátnői között elosztott 19-t. Hányat hozott ismét haza?

2) Öt tanuló golyókkal játszik. A játék végén mindegyiknek egyenlő számú golyója van. Ha összesen 45 golyójuk van, hány golyója van egynek?

3) Egy leány az ablakon kinézve az első órában 27, a másodikban 33 autót lát az ablak előtt elrobogni. Hány autó haladt el a két órában?

4) Egy iskolában 8 osztály van és minden osztályban 50 tanuló. Hány tanuló van jelen az iskolában, ha minden hely el van foglalva?

5) Több tanuló megbízta társukat, hogy vegyen nekik labdákat. 3:15 P-t adnak neki. Hány labdát vehetett, ha egy labda 45 fillér?

6) A tanító megméri osztálya minden tanulójának a súlyát. Az egyik leány 79 font, a másik 110 font. Mennyivel nehezebb az egyik, mint a másik?

7) Egy leány barátnőjének egy 5 fontos cukorkadobozt akar ajándékozni. Elhatározza, hogy azt a minőséget veszi,

melynek fontja 35 f. Mennyit fizet az ajándékért?

8) Egy ünnepnapon a tanuló halászni ment. Délelőtt 12, délután 7 halat fogott. Hány halat fogott összesen?

9) Egy fiú az iskolától jobbra 15 percre lakik, a barátja 11 percre balra. Milyen távolságra lakik a két fiú egymástól?

10) Egy leány ötször olyan erős, mint a kis testvére. Ha a kis testvér 20 fontot tud emelni, mennyit emelhet a nagyobbik?

11) Egy iskola tanulói szánkó-kirándulást rendeznek. Ha egy szánkóra 30 tanuló fér el, hány szánkó kell 270 tanulónak?

12) Áprilisban 43 tanuló volt az iskola VI. osztályában. Májusban 59-en vannak. Hány gyermek jött hozzá?

13) Egy leány, aki 2 percre lakik az iskolától, naponta kétszer teszi meg az utat oda és vissza. Hány percig van úton naponta a tanuló az iskolába és vissza?

14) Egy fiú újsághordással naponta 67 fillért keres, egy külön útjáért kap 50 fillért. Mennyit keresett a fiú ezen a napon?

15) Két leány epret szedett. Az egyik 57, a másik 43 szemet. Mennyivel szedett többet az egyik, mint a másik?

16) Öt tanuló 985 szem diót szedett. A nagy halom dióból öt kisebbet csináltak. Hány szem dió volt egy ilyen kis halomban?

A feladatok nagyon egyszerűek és kis számokkal könnyű az áttekintésük. Összesen 330 V—VIII. osztályú tanuló vett részt a munkában. Rögzítették az egy perc alatt elintézett feladatok számát. Volt tanuló, aki csak 1, volt olyan is, aki 13 feladatot intézett el egy perc alatt. 13 feladatot azonban csak egy tanuló oldott meg. Az egy perc alatt végzett feladatok száma átlag

az V. osztályban	3'6
a VI. „	3'4
a VII. „	6'2
a VIII. „	7'4

Feltűnő a nagy ugrás, mely a VI. és VII. osztály között mutatkozik. Itt tulajdonképpen tiszta gondolkodási processzusról van szó és ez a 12 éves tanulónál rohamosan fejlődik.

Érdekes, hogy a 330 tanulóból csak 12 (4 %) oldotta meg helyesen az összes feladatokat. Átlag helyesen oldottak meg a 16 példából

az V. osztályban	9'4 példát,
a VI. „	10'5 „
a VII. „	13'6 „
a VIII. „	14'1 „

Ugyanaz a haladás, ami a sebességnél, mutatkozik itt is. Érdekes, hogyan oszlanak meg a hibák az egyes feladatokra.



amelyek látszólag egyenlően könnyűek. A feladatok sorrendjében a hibák száma: 36, 111, 55, 77, 81, 155, 62, 38, 200, 75, 111, 218, 181, 98, 155, 87.

A 330 tanulóól összesen 5280 felelet került. Ebből 1740 (33 %) hibás. Az egyes osztályok szerint a hibás megoldások száma: 39, 34, 19, 15 %. A műveletek szerint az összeadásnál 391, a kivonásnál 564, a szorzásnál 395 és az osztásnál 390 a hibák száma. Míg tehát 3 művelet hibaszáma közel egyezik, addig a kivonásnál feltűnő a nagy hibaszám. A legtöbb hiba esik a 12-ik példára, ahol az a kérdés »hány gyermek jött hozzá«, a 6-ik »mennyivel nehezebb«, a 15-ik példában »mennyivel többet«. Ezek és az ezekhez hasonló kifejezések könnyen félrevezethetik a tanulót, mert ezekből a kitételekből összeadásra gondolt. Hogy ezt a feltevést igazolják, feladták a példákat a tanulóknak olyan fogalmazásban, »mennyivel kevesebb«, az V. osztályban is csak 5 % hibás megoldás volt. Míg az előbbi fogalmazásban a tanulóknak csak 34 %-a adott helyes feleletet ezekre a kérdésekre, csak ennyit nem vezetett félre a példa megfogalmazása.

Az eredmény mindenesetre a gondolkodási képesség nagy gyengeségére vall, főleg a VIII. osztály, amelyik korra nézve megfelel a mi IV. osztályunknak, lehetne gondolkodásban elég érett arra, hogy ezekre a kérdésekre hiba nélkül megfelelni tudjon.

## 6. Alkalmazott feladatok megoldása.

A Courtis-féle tesztek többek között azt is ki akarták vizsgálni, hogy a tanuló mennyire képes némileg bonyolultabb alkalmazott feladatot teljesen önállóan megoldani. E célra 8 olyan feladatot adtak, melyek mindegyikében két különböző számolási művelet szerepel. A számok nagyobbak is, mint az előbbi tesztben, tehát nem olyan könnyen áttekinthetők, azonkívül egyik-másik olyan számadatot is tartalmaz, ami nem tartozik a feladat lényegéhez, és ami a nem gondolkodó tanulót könnyen félrevezeti. Ezzel a tesztel a gyermek gondolkodási képessége és ítélő ereje komoly próbának van kitéve. A számolási sebességet itt is rögzítették és pedig a 6 perc alatt végzett munkát.

A feladatok a következők voltak:

1) Egy iskola tanulói karácsonyfa-ünnepélyt rendeztek. Az ajándékok között voltak dobozok, melyeket cukorkával töltöttek meg. Az egyik osztály-megtöltötte az egyik dobozt 16 font cukorkával, a másik 17 fonttal, a harmadik 12 fonttal és a negyedik 13 fonttal. Mennyibe került a cukorka, ha fontja 26 fillér?

2) Egy iskolában 37 tanítási napon elfogyott 2516 darab kréta. De három új osztályt nyitottak, mindegyiket 50 gyermekre rendezték be. Ezentúl az iskola naponként 84 darab krétát fogyasztott. Naponként mennyivel több kréta kell most, mint azelőtt?

3) Több tanuló 1500 km-es kerékpár kirándulást tett. Az

első héten megtettek 374 km-t, a második héten 264 km-t, a harmadikon 423 km-t és a negyedik héten 401 km-t. Az ötödik héten befejezték a kirándulást. Hány km-t kerékpároztak még ezen a héten?

4) 45 tanulót megbíztak, hogy 15 almafa gyümölcsét leszedje. 50 perc alatt minden tanuló 48 almát szedett. Miután az összes almát leszedték, azokat 8 egyenlő nagyságú dobozba csomagolták. Hány alma jutott egy dobozba?

5) Egy iskola 216 tanulója szánkó-kirándulást rendezett. Béreltek 7 szánkót 30 M-ért és az ételért fizettek 24 M-t. 2,5 óra alatt megtettek 15 km-t és közben pompásan szórakoztak. Mennyit kell egy-egy tanulónak fizetni?

6) Egy leány gondosan megszámlálta a történelemtanulmányok lapján a betűket és azt látta, hogy ott 2400 betű van, ellenben az olvasókönyv lapján csak 2295 betű. Hány betűvel olvasott el az egyik könyvben többet, mint a másik könyvben, miután mindegyikben 47 lapot olvasott el?

7) Több iskola 59 osztályának mindegyike a szegény iskolás gyermekeknek karácsonyi ajándékára 25—25 kis csomagot adott. A város kereskedői adtak összesen 1986 csomagot. Hány ajándékot osztottak ki a szegény gyermekek között?

8) 48 tanuló mindegyike 10 fillért fizetett a villanyoson az erdőbe vezető útért. Oda érve rövid idő alatt 2765 diót szedtek össze, amiből azonban 605 rossz volt. A megmaradt diót egyenlően osztották szét maguk között. Hány dió jut egy tanulóra?

Összesen 333 V.—VIII. osztályos tanuló dolgozott. Az első 6 percben végzett munkát rögzítették. 6 perc ilyen feladatok megoldására nagyon kevés idő és így nem csoda, hogy ez idő alatt 13 tanuló egyetlen egy feladatot sem tudott megoldani. Igen magas teljesítmény volt, hogy egy tanuló 7 feladatot oldott meg 6 perc alatt. Az egész feladattal többen egy óra alatt sem készültek el. Átlag a 6 perc alatt elvégzett

az V. osztály	16 példát
a VI. „	19 „
a VII. „	25 „
a VIII. „	26 „

Az ilyen feladatoknál számolni kell azzal is, hogy a munka kezdetén bizonyos idő kell, amíg a feladat szellemébe beletörődik a tanuló, azért is volt nagyon kevés a 6 percnyi idő.

Csak egyetlen egy VIII. osztályos tanuló akadt, aki mind a 8 példát hiba nélkül oldotta meg. Az V. osztályban is akadt egy tanuló, aki 7 példát hiba nélkül megoldott. Igen szép teljesítmény. A számviszonyok gyors felfogására, világos gondolkodásra és éles észjárásra mutat. Közepes tanulók a példák felét se oldották meg helyesen. A 3-ik példa összeadása 374 +

264 + 423 + 401 bizonyára könnyebb, mint a nagy számokkal való műveletek között a 7-ik példa összeadása és mégis ez utóbbi összeadást 73 % oldotta meg helyesen, addig az előbbi könnyebb összeadást ugyanezen osztály tanulóinak csak 52 %-a oldotta meg helyesen. Ugyanez áll az előbbi teszt 5-ik példa szorzásánál, melyet 68 % oldott meg helyesen, ellenben ennek a tesztnek első példájában lévő könnyebb szorzást csak 32 % oldotta meg kifogástalanul. A számolási műveletek általában könnyebbek itt, mint az előbb említett tesztben, mégis rosszabb itt az eredmény, mint ott. Oka ennek az, hogy itt lefoglalja a tanulók gondolkodását a számviszonyok felismerése.

Hogy milyen nehézséget okozott ezen gondolkodási processzus a tanulóknak, mutatja, hogy a példák közül átlag helyesen oldottak meg az V. osztályban 0.8 példát, a VI. osztályban 1.9 példát, a VII. osztályban 3.3 példát és a VIII. osztályban 5.7 példát. A VII. és VIII. osztálynál láthatóan nagy emelkedés mutatja, hogy ezen példákhoz érettebb gondolkodás kell. A 333 tanuló közül az első példát elhibázta 195 tanuló, a továbbiakat elhibázta a feladatok sorrendjében 310, 202, 250, 300, 284 293, 203 tanuló. Tehát a legkönnyebb első feladatot a tanulók fele sem oldotta meg helyesen, a legnehezebb második példát csak 23 tanuló (7 %) oldotta meg helyesen.

Az eredmény után ítélve legkönnyebbnek látszik az első feladat, ahol 4 kétjegyű szám összeadásáról és az összegnek kétjegyű számmal való szorzásáról van szó. A számviszonyok tehát nagyon egyszerűek, a művelet is egyszerű és mégis csak 138-an oldották meg helyesen és pedig az V. osztályban a tanulók 24 %-a, a VI.-ban 47 %-a, a VII.-ben 69 %-a és a VIII.-ban 84 %. Az összeadásnál 31, a szorzásnál pedig 64 hiba fordult elő. A gyenge eredmény nem annyira a számolásnál, mint inkább a számviszonyok helytelen felfogásából származik. Sok tanuló felismerte, hogy össze kell adni, de minden számot, amit a példában találtak, tehát a 26 f-t is, hozzáadták. Akadt 20 olyan tanuló is, akik a fontok összegét a 26 fillérrel elosztották.

Legnehezebbnek látszik a második feladat. Csak 7 % helyes megoldás volt. Az V. osztály 3 %, a VI. osztály szintén 3 %, a VII. osztály 17 % és a VIII. osztály 32 % hibátlan dolgozatot produkált. Tehát még a VIII. osztály 2/3 része is elhibázta ezt a példát. A nehézséget főleg az okozza, hogy itt két olyan számadat is előfordul, aminek a feladat megoldásánál nincs jelentősége. A gyermekek túlnyomó része nem látta meg ezt. A műveletek mindenféle kombinációját alkalmazták minden megfontolás nélkül. Előfordult: 1)  $2516 + 37$ ,  $2516 + 84$ ,  $50 + 84$ ; 2)  $2516 + 37 + 84 + 50$ ; 3)  $37 \times 2516$ ,  $3 \times 50 \times 84$ ; 4)  $37 \times 2516 \times 84 \times 50$  stb.

A harmadik feladat ismét könnyebb, nincsen benne fölösleges számadat. Ugy a számviszonyok, mint a műveletek igen

egyszerűek.  $1500 - (374 + 264 + 423 + 401)$ . 23 tanuló elhibázta az összeadást, 32 a kivonást. 2 tanuló szorozott összeadás helyett, 9 tanuló pedig az 1500-at is hozzáadta a másik négy számhoz. 38 tanuló csak az összeadást végezte el. Voltak olyanok is, akik először levonták a 374-et, azután sorrendben a többi és helyes eredményt kaptak. A helyes dolgozatok száma osztályok szerint: 23, 39, 74, 84 %.

A negyedik feladatban a számviszonyok és a műveletek is nagyon egyszerűek  $(45 \times 48) : 8$  és mégis a tanulóknak csak 25 %-a oldotta meg helyesen. Az osztályok sorrendjében helyesen oldották meg a tanulók 13, 24, 43, 68 %-a. A sok hibás megoldást itt is a két fölösleges számadat okozta.

Az ötödik példa ismét a legrosszabbul sikerültek közé tartozik. A sok számadat között nehéz volt a tanulóknak eligazodni. Az összes dolgozatoknak tehát csak 10 %-a volt helyes. Osztályok szerint: 3, 4, 20, 55 %. Az alsó osztályok alig tudtak vele megbirkózni.  $(30 + 24) : 216$ , sok hibát okozott az a közismert tipikus helytelenség, hogy a nagyobb számot osztották a kisebbel. A legtöbb hibát itt is az okozta, hogy az összes számot bevonták a műveletekbe.

A hatodik feladatnál 15 % a helyes megoldás. Osztályok szerint: 4, 13, 29, 58 %.  $(2400 - 2295) \times 47$ . Sokan a két számot külön-külön szorozták és a nagy szorzásnál számolási hibát ejtettek. Sokan a kivonás helyett összeadást végeztek.

A hetedik példánál 12 % a helyes megoldás. Osztályok szerint: 3, 9, 26, 52 %. A feladat  $(59 \times 25) + 1986$ . A legtöbben így számoltak  $25 + 1986$ .

A nyolcadik feladatnál 39 % a helyes eredmény. Osztályok szerint: 27, 41, 51, 81 %. Könnyítette a feladatot a fogalmazás is: »A megmaradt diót egyenlően osztották szét« kérdés világosan mutat rá az alkalmazandó műveletekre.

*(Folytatása következik.)*

Szenes Adolf

## Arany János és a polgári iskola

Arany János egyik legnagyobb költőnk, de egyúttal egyik legnagyobb nevelőnk is.

Történeti múltunknak sok legendás alakját támasztotta fel, vagy teremtette újjá, úgyhogy azok ma is az aranyjánosi kidolgozásban, az ő költői meglátatásában és megelevenítésében élnek a lelkünkben. A gyermeki fantázia aranyképei aztán eszményképekké nőttek és nemesedtek: nemcsak az üde diákalom színezte ki őket, hanem a meglett kor is szárnyat varázsolt alájuk.

Másfélévezred kódéből is úgy csillog-villog élénk *Attila*,